МЕХАНИКА
MECHANICS





УДК 51-71, 517.442, 629.4.015, 62-752, 681.5

Оригинальное эмпирическое исследование

https://doi.org/10.23947/2687-1653-2024-24-2-125-134

Возможности оценки динамических состояний железнодорожных транспортных средств: структурное математическое моделирование



EDN: PEUPEC

Р.С. Большаков✉, **В.Е. Гозбенко**, **К.Ч. Выонг**

Иркутский государственный университет путей сообщения, г. Иркутск, Российская Федерация

✉ bolshakov_rs@mail.ru

Аннотация

Введение. Увеличение скоростей движения железнодорожного транспорта и повышение нагрузок на оси колесных пар обуславливают необходимость модернизации существующего парка. Научные исследования в области динамики подвижного состава направлены на учёт колебательных процессов, возникающих при движении железнодорожных транспортных средств в традиционном конструктивном исполнении. Присоединение дополнительных элементов рассматривалось на уровне сцепки двух вагонов и присоединении третьей тележки в центре тяжести железнодорожной платформы. Построению математических моделей, позволяющих оценить динамические состояния таких конструктивных решений, в научной литературе не уделено достаточно внимания. Цель данного исследования — создать метод оценки динамических состояний вагона. Рассматривается ситуация, когда в его структуру вводится дополнительная совокупность масс-инерционных и упругих элементов, причем от корректировки их параметров зависит общее динамическое состояние транспортного средства.

Материалы и методы. Базовым инструментом проведения исследований является структурное математическое моделирование, в основе которого лежит подход, когда исходная расчетная схема представляет собой механическую колебательную систему в виде твердого тела на упругих опорах с дополнительной введёнными в её структуру типовыми элементами. Динамическим аналогом используемой расчетной схемы является структурная схема системы автоматического управления, применение которой позволяет детализировать связи между типовыми упругими и масс-инерционными элементами.

Результаты исследования. Предложен метод оценки динамических состояний железнодорожных транспортных средств, основанный на построении математических моделей, с учетом введения дополнительной структуры масс-инерционных и упругих элементов. Исследовано влияние дополнительных параметров на динамическое состояние транспортного средства. Получены аналитические соотношения, позволяющие при изменении соответствующих параметров технического объекта снизить динамические нагрузки на основные конструктивные упругие элементы. Приведена передаточная функция межпарциальных связей, позволяющая контролировать взаимодействие между координатами движения транспортного средства при действии двух кинематических возмущений синфазного типа.

Обсуждение и заключение. Сформированная математическая модель позволяет оценить динамическое состояние железнодорожного транспортного средства в условиях действия кинематических возмущений. Результаты исследований могут быть применены при модернизации существующих и создании новых транспортных средств с улучшенной динамикой.

Ключевые слова: динамика транспортных средств, динамическое состояние, структурное математическое моделирование, структурная схема

Благодарности. Авторы выражают благодарность заслуженному деятелю науки РФ, д.т.н., профессору Елисееву С.В., а также редакции и рецензентам за внимательное отношение к статье и указанные замечания, которые позволили повысить ее качество.

Для цитирования. Большаков Р.С., Гозбенко В.Е., Вьонг К.Ч. Возможности оценки динамических состояний транспортных средств: структурное математическое моделирование. *Advanced Engineering Research (Rostov-on-Don).* 2024;24(2):125–134. https://doi.org/10.23947/2687-1653-2024-24-2-125-134

Original Empirical Research

Assessment of Dynamic States of Railway Vehicles: Structural Mathematical Modeling

Roman S. Bolshakov ✉, **Valery E. Gozbenko**, **Vuong Quang Truc**
Irkutsk State Transport University, Irkutsk, Russian Federation
✉ bolshakov_rs@mail.ru

Abstract
Introduction. The speed rise of railway transport and an increase in the loads on the axles of wheelsets necessitate the modernization of the existing fleet. Scientific studies in the field of rolling stock dynamics are aimed at taking into account the oscillatory processes that occur during the movement of railway vehicles in a traditional design. The attachment of supplementary elements was considered at the coupling level of two cars and the attachment of a third trolley in the center of gravity of the railway platform. The scientific literature has not paid enough attention to the construction of mathematical models that make it possible to assess the dynamic states of such constructive solutions. The objective of this study is to create a method for evaluating the dynamic conditions of a car. The situation is considered when an additional set of mass-inertial and elastic elements is introduced into its structure, and the general dynamic condition of the vehicle depends on the adjustment of their parameters.
Materials and Methods. The basic research tool is the structural mathematical modeling, which is based on an approach where the source design scheme is a mechanical oscillatory system in the form of a solid body on elastic supports with supplementary typical elements introduced into its structure. The dynamic analogue of the calculation scheme used is the block diagram of the automatic control system, the use of which provides detailing the connections between typical elastic and mass-inertia elements.
Results. A method for estimating the dynamic states of railway vehicles is proposed. It is based on the construction of mathematical models, taking into account the introduction of an additional structure of mass-inertia and elastic elements. The impact of additional parameters on the dynamic condition of the vehicle is investigated. Analytical relations have been obtained that provide reducing the dynamic loads on the major structural elastic elements when changing the corresponding parameters of a technical object. The transfer function of interpartial relations is given, which provides controlling the interaction between the coordinates of the vehicle movement under the action of two kinematic disturbances of the in-phase type.
Discussion and Conclusion. The generated mathematical model provides for assessment, monitoring and control of the dynamic state of the vehicle under conditions of kinematic disturbances. The research results can be used to modernize existing vehicles and create new ones with improved dynamics.

Keywords: vehicle dynamics, dynamic condition, structural mathematical modeling, block diagram

Acknowledgements. The authors would like to thank Honored Scientist of the Russian Federation, Dr.Sci. (Engineering), Professor S.V. Eliseev, as well as the Editorial board and reviewers for their attentive attitude to the article, and for the above comments, which made it possible to improve its quality.

For Citation. Bolshakov RS, Gozbenko VE, Vuong Quang Truc. Assessment of Dynamic States of Railway Vehicles: Structural Mathematical Modeling. *Advanced Engineering Research (Rostov-on-Don).* 2024;24(2):125–134. https://doi.org/10.23947/2687-1653-2024-24-2-125-134

Введение. Расширение технико-экономических связей межрегионального уровня, обеспечение роста производственно-технического потенциала страны и поддержание разрастающейся системы международных торгово-коммерческих отношений во многом зависит и опирается на железнодорожный транспорт [1]. Объёмы перевозок, выполняемых железнодорожным транспортом, постоянно возрастают, что обусловливает необходимость учета нежелательных эффектов от повышения динамических нагрузок [2], напрямую влияющих на надежность эксплуатации как подвижного состава, так и верхнего строения пути. Несмотря на наличие таких негативных факторов, необходимо выполнять плановые показатели, к которым можно отнести повышение участковой скорости, соблюдение норм веса и длины составов, увеличение осевой нагрузки до 30 тонн и более. Это отражает реальные запросы развития российской экономики и стимулирует создание новых более мощных локомотивов, обновление парка подвижных средств, модернизацию путевого хозяйства [3]. Вместе с тем нельзя не рассматривать и возможности проявления негативных последствий интенсификации перевозочных процессов. Одним из важных вопросов является возрастание или увеличение темпов износа верхнего строения пути с соответствующими вытекающими сложностями [4].

В текущий момент времени повышенное внимание уделяется развитию методологии оценки динамического состояния подвижного состава, взаимодействию технических средств с рельсовыми путями, экономии электроэнергии, повышению надёжности и безопасности перевозочных процессов. Методология математического моделирования описана, например, в [5]. Вместе с тем, существуют и другие возможности для поиска рациональных решений [6]. Важно уделить внимание вопросам модернизации существующего парка грузовых вагонов, эксплуатация которых при повышенных нагрузках уже не является эффективной [7]. Одним из подходов, который мог бы быть принят к разработке, является концепция установки для грузовых 4-осных вагонов дополнительной двухосной тележки [8]. В этом случае можно ожидать более равномерного распределения нагрузки на верхнее строение пути, а также возможность увеличения веса перевозимых грузов при сохранении регламента на значения осевой нагрузки в пределах 22 т [9]. Неравномерность параметров контакта колесо-рельс инициирует колебательные движения вагона, что формирует в свою очередь колебательные движения корпуса вагона. Процесс колебаний формируется также условиями взаимодействия вагонов внутри состава [10]. В этом случае возникают динамические реакции связей, накладывающиеся на статические составляющие полной реакции, что может существенно увеличить уровень динамических взаимодействий в контакте колесо-рельс [11, 12]. Однако возможностям структурного математического моделирования при оценке динамических состояний железнодорожных транспортных средств при введении дополнительных связей пока не уделялось достаточно внимания. Поэтому целью данного исследования явилось формирование метода оценки динамических состояний железнодорожного транспортного средства при введении в его структуру дополнительной совокупности масс-инерционных и упругих элементов, корректировка параметров которых будет влиять на общее динамическое состояние транспортного средства.

Материалы и методы. Методологической основой исследований выбрана структурная теория виброзащитных систем, позволяющая в линейной постановке с учетом сосредоточенных параметров и малых колебаний относительно положения статического равновесия или установившегося процесса, достаточно точно оценить динамические свойства железнодорожного транспортного средства. Расчётной схемой является механическая колебательная система с динамическим эквивалентом в виде структурной схемы системы автоматического управления. Это позволяет детализировать связи между элементами транспортного средства, а также использовать методы, характерные для теории автоматического управления (передаточные функции, преобразования структурных схем, свертки и упрощения, частотные характеристики) [13].

Стандартные конструктивные схемы грузовых железнодорожных транспортных средств описываются известными расчётными схемами, а их динамические особенности можно оценить с использованием линейных расчётных схем. Рассматривается железнодорожное транспортное средство в виде грузового четырехосного вагона, предназначенного для перевозки тяжёлых грузов, таких как каменный уголь, руда, песок, металлопрокат, малогабаритные металлические конструкции и др. (рис. 1).

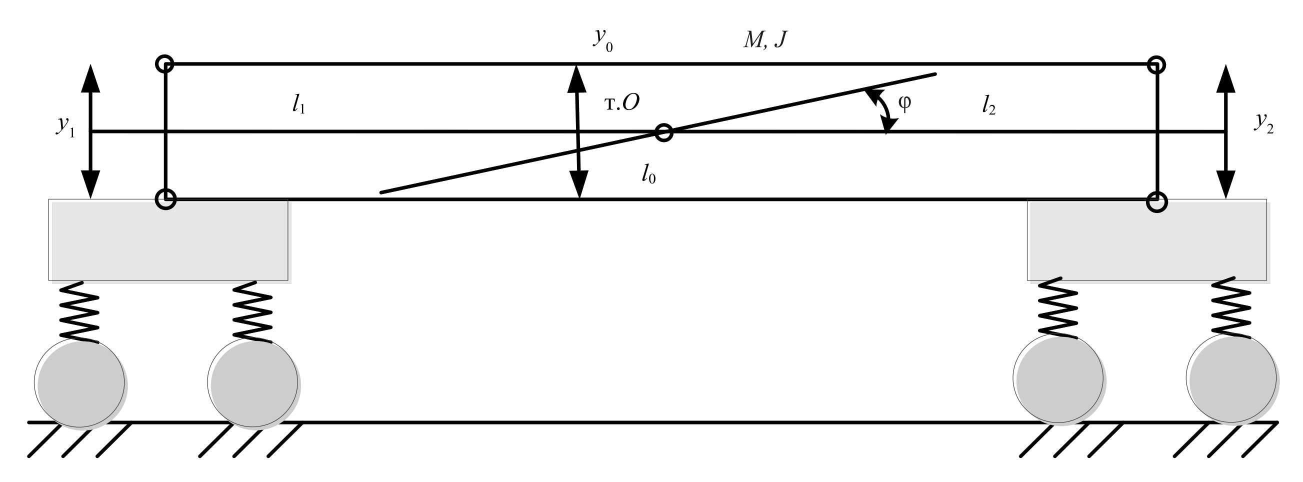


Рис. 1. Принципиальная схема грузового четырехосного вагона

Структура представленного железнодорожного транспортного средства содержит кузов, обладающий массой M, моментом инерции J и опирающийся на две двухосные тележки, условно представленные как совокупности масс-инерционных и упругих элементов. Динамические особенности рассматриваемой системы показывают наличие избыточного влияния на конструктивные элементы тележек железнодорожного транспортного средства. В этой связи для улучшения его динамических свойств в структуру подвески дополнительно вводится третья двухосная тележка, которая размещается в центре вагона (рис. 2).

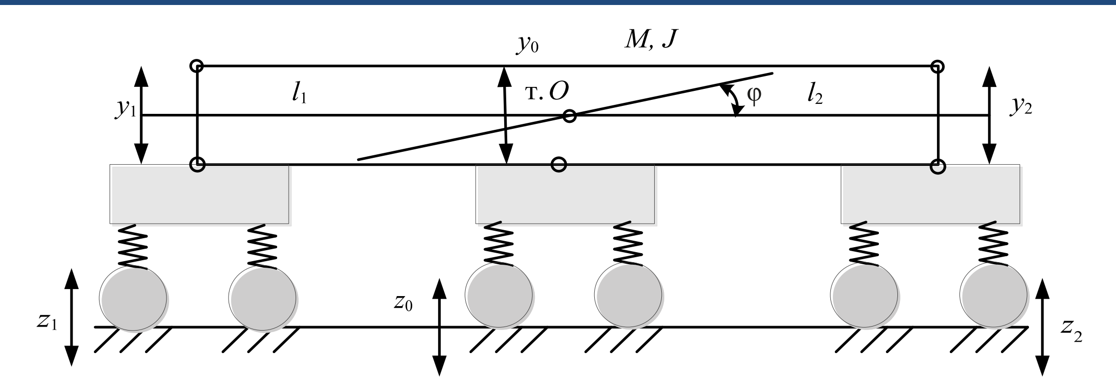


Рис. 2. Принципиальная схема грузового шестиосного вагона

При собственном весе вагона около 23 тонн и осевой нагрузке в 22 тонны, это может обеспечить увеличение веса перевозимых грузов ориентировочно на 20 тонн, то есть существенно повысить эффективность перевозочных процессов, не создавая излишних динамических нагрузок на верхнее строение пути (ВСП). Практическая реализация предлагаемого подхода требует модернизации конструкции типового вагона, которая заключается в создании узла крепления дополнительной тележки для уменьшения нагрузки на ось грузового вагона за счёт введения дополнительной двухосной тележки. Модернизация узла крепления осуществляется в тех же конструктивно-технических формах, что и крепления с использованием шкворней в двух «штатных» двухосных тележках, то есть через установку надшкворневой и подшкворневой балок с соответствующим шкворневым узлом стандартного типа.

Предлагаемая методика повышения эффективности использования четырехосных грузовых вагонов в условиях дополнительных нагружений ориентирована на решение проблемы повышения нагрузки на ось колёсной пары до 30 тонн и увеличении скорости движения поездов. Это достигается модернизацией типового грузового вагона путём установки дополнительной двухосной тележки соответствующим устройством, обеспечивающим условия её динамического взаимодействия с конструкцией рамы грузового вагона.

Установка дополнительной двухосной тележки за счёт перераспределения нагрузки между общим набором колёсных пар обеспечивает возможности перевозки грузов больших по весу при одновременном снижении нагрузки на ось. Это обеспечивает более рациональные условия эксплуатации рельсового пути и верхнего строения железнодорожного полотна при сохранении приемлемой длины состава.

Предполагается, что шкворневый узел будет иметь упругую резиновую прокладку, обеспечивающую амортизацию взаимодействия тележки и рамы корпуса вагона. При этом не предполагается модернизация дисков колесных пар. Изменяются лишь форма проводки элементов «штатной» пневматической системы торможения состава и конфигурация проводки пневмопроводов.

Результаты исследования. Расчётная схема рассматриваемого железнодорожного транспортного средства в первом приближении может быть представлена в виде механической колебательной системы, состоящей из твёрдого тела, обладающего массой *m,* и моментом инерции *J*, опирающемся на три упругих элемента с жесткостями k_1, k_0, k_2. Кинематические воздействия представлены синфазными гармоническими функциями одной частоты (рис. 3).

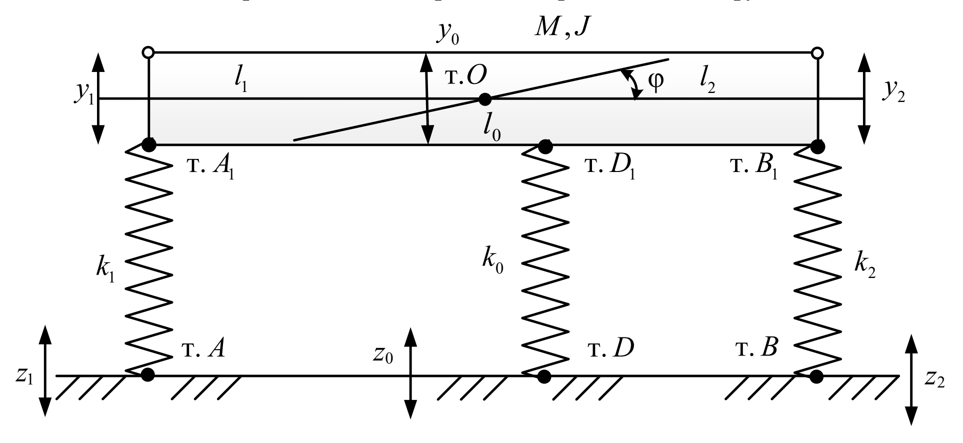


Рис. 3. Расчётная схема железнодорожного транспортного средства при кинематическом возмущении (z_1, z_2, z_0)

Центр масс системы — точка O находится на расстояниях l_1 и l_2 от концов твёрдого тела (точек A_1, B_1). Элемент с жесткостью k_0 закреплён в точках D и D_1; расстояние OD_1 обозначено как l_0. Движение системы рассматривается в координатах y_1, y_2 и y_0, φ, связанных с неподвижным базисом. В расчётах используются соотношения:

$$y_0 = ay_1 + by_2,\ \phi = c\left(y_2 - y_1\right),\ y_1 = y_0 - l_1\phi,\ y_2 = y_0 + l_2\phi,$$
$$y_D = y_0 + l_1\phi,\ a = \frac{l_2}{l_1 + l_2},\ b = \frac{l_1}{l_1 + l_2},\ c = \frac{1}{l_1 + l_2}. \tag{1}$$

Для вывода дифференциальных уравнений движения используется формализм Лагранжа [14], что требует построения выражений для кинетической и потенциальной энергий. В данном случае имеем:

$$T = \frac{1}{2}m\left(ay_1' + by_2'\right)^2 + Jc^2\left(y_2' - y_1'\right)^2, \tag{2}$$

$$\Pi = \frac{1}{2}k_1\left(y_1 - z_1\right)^2 + \frac{1}{2}k_0\left(y_D - z_0\right)^2 + \frac{1}{2}k_2\left(y_2 - z_2\right)^2. \tag{3}$$

Учтём, что потенциальная энергия (3) может быть записана также в виде:

$$\Pi = \frac{1}{2}k_1\left(y_1 - z_1\right)^2 + \frac{1}{2}k_2\left(y_2 - z_2\right)^2 + \frac{1}{2}k_0\left[ay_1 + by_2 + l_0c\left(y_2 - y_1\right) - z_0\right]^2 =$$
$$\frac{1}{2}k_1\left(y_1 - z_1\right)^2 + \frac{1}{2}k_2\left(y_2 - z_2\right)^2 + \frac{1}{2}k_0\left[a_1y_1 + b_1y_2 - z_0\right]^2, \tag{4}$$

где $a_1 = a - l_0c$, $b_1 = b + l_0c$.

Система уравнений движения в координатах y_1, y_2 во временной области примет вид:

$$y_1''\left(ma^2 + Jc^2\right) + y_1\left(k_1 + k_0a_1^2\right) - y_2''\left(Jc^2 - mab\right) + y_2k_0a_1b_1 = k_1z_1 + k_0a_1z_0, \tag{5}$$

$$y_2''\left(mb^2 + Jc^2\right) + y_2\left(k_2 + k_0b_1^2\right) - y_1''\left(Jc^2 - mab\right) + y_1k_0a_1b_1 = k_2z_2 + k_0b_1z_0. \tag{6}$$

После применения интегральных преобразований Лапласа при нулевых начальных условиях [15] система уравнений (5), (6) может быть представлена в операторной форме:

$$\bar{y}_1\left[\left(ma^2 + Jc^2\right)p^2 + k_1 + k_0a_1^2\right] - \bar{y}_2\left[\left(Jc^2 - mab\right)p^2 - k_0a_1b_1\right] = k_1\bar{z}_1 + k_0a_1\bar{z}_0, \tag{7}$$

$$\bar{y}_2\left[\left(mb^2 + Jc^2\right)p^2 + k_2 + k_0b_1^2\right] - \bar{y}_1\left[\left(Jc^2 - mab\right)p^2 - k_0a_1b_1\right] = k_2\bar{z}_2 + k_0b_1\bar{z}_0, \tag{8}$$

где $p = j\omega$ — комплексная переменная ($j = \sqrt{-1}$), значок <–> над переменной означает её изображение по Лапласу [5].

На основе (7), (8) построена, в соответствии с положениями метода структурного математического моделирования [5], структурная математическая модель в виде структурной схемы эквивалентной в динамическом отношении системе автоматического управления (рис. 4).

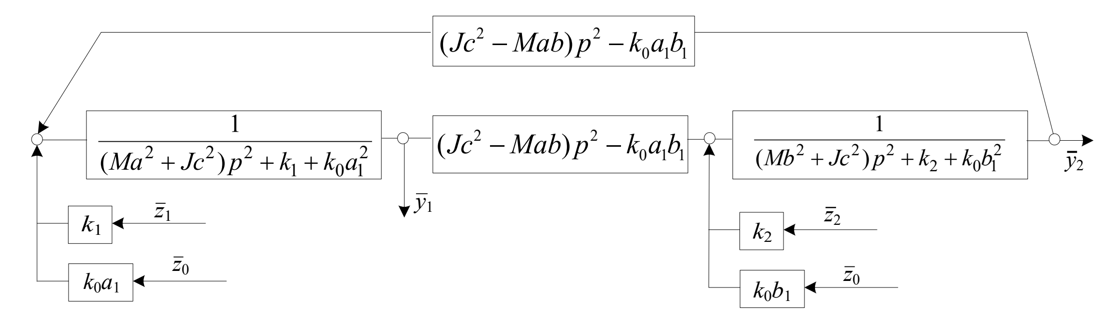


Рис. 4. Структурная математическая модель железнодорожного транспортного средства

Обсуждение и заключение. Особенности системы заключаются в том, что она имеет два парциальных блока, каждый из которых определяет соответствующие парциальные частоты:

$$n_1^2 = \frac{k_1 + k_0a_1^2}{ma^2 + Jc^2}, \tag{9}$$

$$n_2^2 = \frac{k_2 + k_0b_1^2}{mb^2 + Jc^2}, \tag{10}$$

которые, в свою очередь, определяют границы расположения частот собственных колебаний системы в целом:

$$\omega_{1соб}^2 < n_1^2 < n_2^2 < \omega_{2соб}^2, \tag{11}$$

где $\omega_{1соб}$, $\omega_{2соб}$ — частоты собственных колебаний системы, при работе на которых возможно возникновение резонансных режимов.

К числу особенностей системы относится наличие нескольких одновременно действующих внешних возмущений. Полагая в целях упрощения, чтом $\bar{z}_1 = \bar{z}_2 = \bar{z}_0$ (вполне допустимо на стадиях предварительных динамических оценок) примем, что на вход первого и второго парциальных блоков действуют силовые факторы:

$$\bar{Q}_1 = \bar{z}\left(k_1 + k_0 a_1\right), \tag{12}$$

$$\bar{Q}_2 = \bar{z}\left(k_2 + k_0 b_1\right). \tag{13}$$

Используя структурную схему на рис. 4, запишем выражения для передаточных функций, полагая, что между внешними факторами возмущения имеется связь, формируемая соотношением:

$$\bar{Q}_1 = \bar{Q}, \bar{Q}_2 = \alpha \bar{Q}, \tag{14}$$

$$W_1(p) = \frac{\bar{y}_1}{\bar{z}} = \frac{\left(k_1 + k_0 a_1\right)\left[\left(mb^2 + Jc^2\right)p^2 + k_2 + k_0 b_1^2\right] + \alpha\left(k_2 + k_0 b_1\right)\left[\left(Jc^2 - mab\right)p^2 - k_0 a_1 b_1\right]}{A(p)}, \tag{15}$$

$$W_2(p) = \frac{\bar{y}_2}{\bar{z}} = \frac{\alpha\left(k_2 + k_0 b_1\right)\left[\left(ma^2 + Jc^2\right)p^2 + k_1 + k_0 a_1^2\right] + \left(k_1 + k_0 a_1\right)\left[\left(Jc^2 - mab\right)p^2 - k_0 a_1 b_1\right]}{A(p)}, \tag{16}$$

где

$$A(p) = \left[\left(ma^2 + Jc^2\right)p^2 + k_1 + k_0 a_1^2\right]\left[\left(mb^2 + Jc^2\right)p^2 + k_2 + k_0 b_1^2\right] - \left[\left(Jc^2 - mab\right)p^2 - k_0 a_1 b_1\right], \tag{17}$$

является частотным характеристическим уравнением системы.

Числителем передаточных функций в выражениях (15), (16) определяют режимы динамического гашения колебаний, что может быть детализировано из уравнений, получаемых при «обнулении» числителей (15), (16):

$$\omega^2_{1\text{дин}} = \frac{\left(k_1 + k_0 a_1\right)\left(k_2 + k_0 b_1^2\right) - \alpha\left(k_2 + k_0 b_1\right)k_0 a_1 b_1}{\left(k_1 + k_0 a_1\right)\left(mb^2 + Jc^2\right) + \alpha\left(k_2 + k_0 b_1\right)\left(Jc^2 - mab\right)}, \tag{18}$$

$$\omega^2_{2\text{дин}} = \frac{\left(k_2 + k_0 b_1\right)\left(k_1 + k_0 a_1^2\right) - \alpha\left(k_1 + k_0 a_1\right)k_0 a_1 b_1}{\alpha\left(k_1 k_2 + k_0 b_1\right)\left(ma^2 + Jc^2\right) + \left(k_1 k_2 + k_0 a_1\right)\left(Jc^2 - mab\right)}. \tag{19}$$

Из выражений (18), (19) следует, что в системе с двумя степенями свободы при наличии двух связанных между собой возмущающих факторов возможно возникновение режимов динамического гашения колебаний на двух частотах, параметры которых зависят от значений коэффициента связности α. Этот коэффициент может принимать отрицательные, положительные и нулевые значения.

Из анализа структурной математической модели (рис. 4) следует также и возможность возникновения особого динамического режима на частоте:

$$\omega^2_{\text{спец}} = \frac{k_0 a_1 b_1}{Jc^2 - mab}, \tag{20}$$

когда парциальные блоки получают возможность разъединения. В этом случае система (рис. 3) распадается на два автономных блока, которые не будут создавать ситуаций взаимодействия парциальных структур.

Реализация такого режима может привести к существенной разнице в значениях отклонений в точках A_1 и B_1 и «разбросу» значений динамических реакций в точках A_1, B_1 и D_1. Определение динамических реакций в точках A, B и D может быть реализовано по методике, изложенной в работе [14], в которой динамическая реакция определяется как произведение динамического смещения (например, точках A_1, B_1 и D_1) на значение приведённой динамической жёсткости.

Для координаты $\bar{y}_1$, динамическое смещение определяется из выражения для передаточной функции (15), а для координаты $\bar{y}_2$, из выражения (16). Для определения приведённой динамической жёсткости используется частотное характеристическое уравнение (17):

$$k_{\text{пр}1}(p) = k_1 + \frac{k_0 a^2 a_1}{\left(mb^2 + Jc^2\right)p^2 + k_2 + k_0 b_1^2} - \frac{\left[\left(Jc^2 - mab\right)p^2 - k_0 a_1 b_1\right]^2}{\left(mb^2 + Jc^2\right)p^2 + k_2 + k_0 b_1^2}. \tag{21}$$

Аналогично может быть найдено значение приведённой динамической жёсткости по координате $\bar{y}_2$

$$k_{\text{пр}2}(p) = k_2 + \frac{k_0 b^2 b_1}{\left(ma^2 + Jc^2\right)p^2 + k_1 + k_0 a_1^2} - \frac{\left[\left(Jc^2 - mab\right)p^2 - k_0 a_1 b_1\right]^2}{\left(ma^2 + Jc^2\right)p^2 + k_1 + k_0 a_1^2}. \tag{22}$$

Для определения конкретных значений $\bar{k}_{\text{пр}1}(p)$ $\bar{k}_{\text{пр}2}(p)$ необходимо найти значение частоты ω^2, которая определяется из условия, что $\bar{y}_2 / \bar{y}_1 = 1.$ В более общем случае предполагается, что:

$$\frac{\bar{y}_2}{\bar{y}_1} = \gamma, \tag{23}$$

где γ — коэффициент связности движения элементов по координатам $\bar{y}_2$ и $\bar{y}_1$. Таким образом этот коэффициент (для случая $\gamma = 1$) может быть записан в виде:

$$\gamma = \frac{\bar{y}_2}{\bar{y}_1} = \frac{\alpha\left(k_2 + k_0 b_1\right)\left[\left(ma^2 + Jc^2\right)p^2 + k_1 + k_0 a_1^2\right] + \left(k_1 + k_0 a_1\right)\left[\left(Jc^2 - mab\right)p^2 - k_0 a_1 b_1\right]}{\left(k_1 + k_0 a_1\right)\left[\left(mb^2 + Jc^2\right)p^2 + k_2 + k_0 b_1^2\right] + \alpha\left(k_2 + k_0 b_1\right)\left[\left(Jc^2 - mab\right)p^2 - k_0 a_1 b_1\right]}. \tag{24}$$

Принимая конкретные значения γ, можно найти частоты колебаний для движения рассматриваемого объекта в координатах $\bar{y}_2$ и $\bar{y}_1$. Например, при $\gamma = 1$ частота поступательных вертикальных колебаний твёрдого тела определится выражением:

$$\omega^2 = \frac{\bar{y}_2}{\bar{y}_1} = \frac{\alpha\left(k_2 + k_0 b_1\right)\left(k_1 + k_0 a_1^2\right) - \left(k_1 + k_0 a_1\right)k_0 a_1 b_1 + \left(k_1 + k_0 a_1\right)k_0 a_1 b_1 -}{\alpha\left(k_2 + k_0 b_1\right)\left(ma^2 + Jc^2\right) + \left(k_1 + k_0 a_1\right)\left(Jc^2 - mab\right) -}\cdots$$
$$\cdots\frac{-\left(k_1 + k_0 a_1\right)\left(k_2 + k_0 b_1^2\right) - \left(k_2 + k_0 b_1\right)\left(k_1 + k_0 a_1^2\right) + \alpha\left(k_2 + k_0 b_1\right)k_0 a_1 b_1}{-\left(k_1 + k_0 a_1\right)\left(mb^2 + Jc^2\right) - \alpha\left(k_2 + k_0 b_1\right)\left(Jc^2 - mab\right)}. \tag{25}$$

Частота ω синфазных гармонических возмущений $z_1(t)$, $z_2(t)$ и $z_0(t)$ обеспечивает движение твёрдого тела при $\varphi = 0$, то есть $\bar{y}_1 = \bar{y}_2 = \bar{y}_D$. При других значениях γ ($\gamma \neq 1$) определяются $\bar{y}_1$ и $\bar{y}_2$, а на их основе из геометрических соображений определяется значение $\bar{y}_D$. Для твёрдого тела при известных $\bar{y}_1$ и $\bar{y}_2$ легко может быть найдено положение центра вращения (или колебаний) [12].

Динамические реакции связей $\bar{R}_{A1}, \bar{R}_{B1}$ и $\bar{R}_{D1}$ могут быть в первом приближении найдены по формулам:

$$\bar{R}_{A1} = k_1\bar{y}_1,\ \bar{R}_{B1} = k_2\bar{y}_2,\ \bar{R}_{D1} = k_0\bar{y}_D.$$

В общем случае динамические реакции определяются с использованием динамических смещений $\bar{y}_1, \bar{y}_2, \bar{y}_D$, определяемых выражениями (15), (16). Что касается динамического смещения в точке D, то используется выражение $\bar{y}_D = a_1\bar{y}_1 + b_1\bar{y}_2$, параметры которого определяются вышеприведёнными значениями. В выражения (15), (16) могут быть введены данные о связности силовых факторов воздействия (параметр α). Для получения конкретных данных о значениях динамических реакций вводятся параметры частоты, при которой реализуется соотношение амплитуд колебаний $\bar{y}_2$ и $\bar{y}_1$ через коэффициент связности амплитуд колебаний γ.

Полная реакция связей в точках A, B и D определяется суммой двух компонент: статической и динамической. Статическая компонента может быть найдена из выражения для передаточных функций динамических реакций при $p = 0$ и задании параметров статической нагрузки (вес вагона и перевозимого груза). При интенсивном развитии колебательных процессов, когда возрастают колебания по координатам $\bar{y}_1, \bar{y}_2, \bar{y}_D$, полная реакция может изменяться в значительных пределах и отличаться от статической реакции связей. При наличии динамической компоненты полная реакция может принимать различные значения, в частности, нулевые или отрицательные.

Сформированная в рамках предложенного метода математическая модель, обозначенная выражением (25), позволяет оценивать динамическое состояние железнодорожных транспортных средств при введении дополнительных связей в их структуру для формирования комплекса рекомендаций по получению устойчивых режимов их эксплуатации. Изучение особенностей системы при помощи подходов, характерных для структурного математического моделирования, позволяет детализировано рассмотреть связи между элементами. Применительно к рассматриваемому техническому объекту это даёт возможность корректировки динамического состояния технического объекта на основе варьирования параметров совокупности дополнительно введённых элементов и позволяет уменьшить нагрузку на основные части подвески, а также установить наличие в системе собственных частот и частот динамического гашения колебаний.

В дальнейшем планируется проведение исследований при введении в структуру транспортного средства демпферов и устройств преобразования движения для оценки возможностей структурного математического моделирования. Также интересным направлением является оценка возможностей изменения динамических реакций в зависимости от внешнего воздействия, что позволит оценить усилия, прилагаемые к различным элементами подвески транспортного средства.

Список литературы / References

1. Коссов В.С., Князев Д.А., Красюков Н.Ф., Махутов Н.А., Гаденин М.М. Нормативная база обеспечения безопасной эксплуатации железнодорожной техники по ресурсу несущих конструкций. *Мир транспорта*. 2023;21(3):106–114. https://doi.org/10.30932/1992-3252-2023-21-3-10

Kossov VS, Knyazev DA, Krasyukov NF, Makhutov NA, Gadenin MM. Regulatory Framework for Ensuring the Safe Operation of Railway Equipment Based on the Service Life of Load-Bearing Structures. *World of Transport and Transportation*. 2023;21(3):254–262. https://doi.org/10.30932/1992-3252-2023-21-3-10

2. Махутов Н.А., Лапидус Б.М., Гаденин М.М., Титов Е.Ю. Задачи и перспективы развития научных исследований в рамках сотрудничества между ОАО «РЖД» и Российской академией наук. *Железнодорожный транспорт*. 2023;(7):6.

Makhutov NA, Lapidus BM, Gadenin MM, Titov EYu. Tasks and Prospects for the Development of Scientific Research within the Framework of Cooperation between JSC “Russian Railways” and the Russian Academy of Sciences. *Zheleznodorozhnyi transport*. 2023;(7):6–11. (In Russ.).

3. Лапидус Б.М. Задачи опережающего развития российских железных дорог. *Железнодорожный транспорт*. 2023;(2):4–14.

Lapidus BM. Tasks of Advanced Development of Russian Railways. *Zheleznodorozhnyi transport*. 2023;(2):4–14. (In Russ.).

4. Колесников В.И., Мигаль Ю.Ф., Колесников И.В., Сычев А.П., Воропаев А.И. Повышение износостойкости тяжелонагруженных трибосистем путем формирования структуры и свойств их контактных поверхностей. *Наука Юга России*. 2022;18(4):59–65. https://www.doi.org/10.7868/S25000640220407

Kolesnikov VI, Migal YuF, Kolesnikov IV, Sitrev AP, Voropaev AP. Increasing the Wear Resistance of Heavily Loaded Tribosystems by Forming the Structure and Properties of Their Contact Surfaces. *Nauka Yuga Rossii (Science in the South Russia)*. 2022;18(4):59–65. https://www.doi.org/10.7868/S25000640220407 (In Russ.).

5. Елисеев С.В., Елисеев А.В., Большаков Р.С., Хоменко А.П. *Методология системного анализа в задачах оценки, формирования и управления динамическим состоянием технологических и транспортных машин*. Москва: «Наука»»; 2021. 679 с.

Eliseev SV, Eliseev AV, Bolshakov RS, Khomenko AP. *Methodology of System Analysis in Problems of Assessment, Formation and Control of the Dynamic State of Technological and Transport Machines*. Moscow: “Nauka”; 2021. 679 p. (In Russ.).

6. Ромен Ю.С, Белгородцева Т.М, Дедяев М.В. Состояние ходовых частей вагона и силы взаимодействия в системе «экипаж – путь». *Транспорт Российской Федерации*. 2021;95(4):36–40. URL: https://rostransport.elpub.ru/jour/article/view/127/127 (дата обращения: 19.02.2024).

Romen YuS, Belgorodtseva TM, Dediaev MV. Condition of Wagon Wheels and Axles and Interaction Forces in the “Crew – Track” System. *Transport of Russian Federation*. 2021;95(4):36–40. https://rostransport.elpub.ru/jour/article/view/127/127 (accessed: 19.02.2024).

7. Савоськин А.Н., Ромен Ю.С., Акашев М.Г. Определение вероятностных характеристик боковых сил между колесом и рельсом как полезного случайного процесса на фоне помех. *Вестник машиностроения*. 2022;(4):14–19. URL: https://www.mashin.ru/eshop/journals/vestnik_mashinostroeniya/2031/19/ (дата обращения: 19.02.2024).

Savoskin AN, Romen YuS, Akashev MG. A Useful Random Process of Acting Lateral Forces between a Wheel and Rail and Its Probabilistic Characteristics. *Vestnik Mashinostroeniya*. 2022;(4):14–19. URL: https://www.mashin.ru/eshop/journals/vestnik_mashinostroeniya/2031/19/ (accessed: 19.02.2024).

8. Ермоленко И.Ю., Морозов Д.В., Асташков Н.П. Влияние продольных нагрузок на безопасность движения при эксплуатации на горно-перевальных участках пути. *Вестник Ростовского государственного университета путей сообщения*. 2021;82(2):104–111. https://doi.org/10.46973/0201-727X_2021_2_104

Ermolenko IYu, Morozov DV, Astashkov NP. Influence of Longitudinal Loads on Traffic Safety When Operating on Mountain Passway Sections. *Vestnik RGUPS, Rostov State Transport University*. 2021;82(2):104–111. https://doi.org/10.46973/0201-727X_2021_2_104

9. Булдаев А.С., Хишектуева И.Х.Д., Анахин В.Д., Дамбаев Ж.Г. Об одном методе решения задачи идентификации динамических систем. *Вестник Бурятского государственного университета. Математика, информатика*. 2020;(4):14–25. https://doi.org/10.18101/2304-5728-2020-4-14-25

Buldaev AS, Khishektueva IKhD, Anakhin VD, Dambaev ZhG. On One Method for Solving the Problem of Identifying Dynamic Systems. *Bulletin of Buryat State University. Mathematics, Informatics*. 2020;(4):14–25. https://doi.org/10.18101/2304-5728-2020-4-14-25

10. Булдаев А.С. Проекционные методы возмущений в задачах оптимизации управляемых систем. *Известия Иркутского государственного университета. Серия: Математика*. 2014;8:29–43. URL: https://mathizv.isu.ru/ru/journal?id=7 (дата обращения: 19.02.2024).

Buldaev AS. Projection Perturbation Methods in Optimization Problems of Controlled Systems. *Bulletin of Irkutsk State University. Series: Mathematics*. 2014;8:29–43. URL: https://mathizv.isu.ru/en/journal?id=7 (accessed: 19.02.2024).

11. Мижидон А.Д., Хамханов А.К. Гибридная система дифференциальных уравнений, описывающая твердое тело, прикрепленное к двум упругим стержням. *Вестник Бурятского государственного университета. Математика, информатика*. 2022;(4):38–47. https://doi.org/10.18101/2304-5728-2022-4-38-47

Mizhidon AD, Khamkhanov AK. A Hybrid System of Differential Equations Describing a Rigid Body Attached to Two Elastic Rods. *Bulletin of Buryat State University. Mathematics, Informatics*. 2022;(4):38–47. https://doi.org/10.18101/2304-5728-2022-4-38-47

12. Елисеев А.В., Миронов А.С., Елисеев С.В. Формирование математических моделей вибрационных взаимодействий элементов технических средств транспортного и технологического назначения. *Вестник Воронежского государственного университета. Серия: Системный анализ и информационные технологии*. 2022;(1):32–42. https://doi.org/10.17308/sait.2022.1/9199

Eliseev AV, Mironov AS, Eliseev SV. Formation of Mathematical Models of Vibration Interactions of Elements of Technical Means of Transport and Technological Purposes. *Proceedings of Voronezh State University. Series: Systems Analysis and Information Technologies*. 2022;(1):32–42. https://doi.org/10.17308/sait.2022.1/9199

13. Елисеев А.В., Кузнецов Н.К., Елисеев С.В. Новые подходы в оценке динамических свойств колебательных структур: частотные функции и связность движений. *Труды МАИ*. 2021;(120):08. https://doi.org/10.34759/trd-2021-120-08

Eliseev AV, Kuznetsov NK, Eliseev SV. New Approaches to the Estimation of Dynamic Properties of Vibrational Structures: Frequency Functions and Connectivity of Movements. *Trudy MAI*. 2021;(120):08. https://doi.org/10.34759/trd-2021-120-08

14. Елисеев А.В., Кузнецов Н.К. Концепция обобщенного рычага в оценке динамических состояний механических колебательных систем в условиях связных вибрационных нагружений. *Системы. Методы. Технологии*. 2023;59(3):7–12. https://doi.org/10.18324/2077-5415-2023-3-7-12

Eliseev AV, Kuznetsov NK. The Concept of a Generalized Lever in Assessing the Dynamic States of Mechanical Oscillatory Systems under Conditions of Connected Vibration Loads. *Systems. Methods. Technologies*. 2023;59(3):7–12. https://doi.org/10.18324/2077-5415-2023-3-7-12

15. Кашуба В.Б., Большаков Р.С., Мозалевская А.К., Нгуен Д.Х. Определение реакций связей между элементами виброзащитных систем на основе метода структурных преобразований. В: *Материалы XV Всероссийской научно-технической конференции с международным участием «Механики XXI веку»*. Братск: Братский государственный университет; 2016. С. 295–300.

Kashuba VB, Bolshakov RS, Mozalevskaya AK, Nguyen Huynh Duc. Identification of Ties Responses between Vibroprotection Systems Elements on Base of Structural Transformation Method. In: *Proc. XV All-Russian Sci.-Tech. Conference with International Participation "Mechanical Engineers to XXI Century"*. Bratsk: BrSU; 2016. P. 295–300.

Об авторах:

Роман Сергеевич Большаков, кандидат технических наук, доцент кафедры управления эксплуатационной работой Иркутского государственного университета путей сообщения (664074, Российская Федерация, г. Иркутск, ул. Чернышевского, 15), SPIN-код: 2025–4049, ORCID, ScopusID, bolshakov_rs@mail.ru

Валерий Ерофеевич Гозбенко, доктор технических наук, профессор кафедры математики Иркутского государственного университета путей сообщения (664074, Российская Федерация, г. Иркутск, ул. Чернышевского, 15), SPIN-код: 4307–8922, ORCID, ScopusID, vgozbenko@yandex.ru

Вьонг Куанг Чык, соискатель кафедры физики, механики и приборостроения Иркутского государственного университета путей сообщения (664074, Российская Федерация, г. Иркутск, ул. Чернышевского, 15), SPIN-код: 6214–3569, ORCID, ScopusID, trucvq1990@gmail.com

About the Authors:

Roman S. Bolshakov, Cand.Sci. (Eng.), Associate Professor of the Operational Work Management Department, Irkutsk State Transport University (15, Chernyshevskogo Str., Irkutsk, 664074, Russian Federation), SPIN-code: 6214–3569, ORCID, ScopusID, bolshakov_rs@mail.ru

Valery E. Gozbenko, Dr.Sci. (Eng.), Professor of the Mathematics Department, Irkutsk State Transport University (15, Chernyshevskogo Str., Irkutsk, 664074, Russian Federation), SPIN-code: 4307–8922, ORCID, ScopusID, vgozbenko@yandex.ru

Vuong Quang Truc, postgraduate of the Department of Physics, Mechanics and Instrumentation, Irkutsk State Transport University (15, Chernyshevskogo St., Irkutsk, 664074, Russian Federation), SPIN-code: 6214–3569, ORCID, ScopusID, trucvq1990@gmail.com

Заявленный вклад авторов:

Р.С. Большаков: формирование цели исследования, построение системы уравнений и структурных схем, анализ результатов исследования, формулирование заключения.

В.Е. Гозбенко: корректировка цели исследования, доработка текста, корректировка заключения.

Выонг Куанг Чык: проведение расчетов, создание графических изображений, анализ и дополнение текста.

Claimed Contributorship:

RS Bolshakov: research objective formulation, building a system of equations and block diagrams, analysis of the research results, formulation of the conclusion.

EV Gozbenko: correction of the research objective, revision of the text, correction of the conclusion.

Vuong Quang Truc: calculation analysis, creation of graphic images, text analysis and addition.

Конфликт интересов: **авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.**

Conflict of Interest Statement: **the authors declare no conflict of interest.**

Все авторы прочитали и одобрили окончательный вариант рукописи.

All authors have read and approved the final manuscript.

Поступила в редакцию / Received 15.03.2024
Поступила после рецензирования / Revised 10.04.2024
Принята к публикации / Accepted 16.04.2024